



**OPRM 2026**  
**Nível 3 (Ensino Médio)**  
**Primeira Fase**  
**12 ou 13 de junho**  
**Duração: 2 horas e 30 minutos**

**Nome:** \_\_\_\_\_  
**Escola:** \_\_\_\_\_  
**Fiscal:** \_\_\_\_\_

---

### INSTRUÇÕES

- Escreva o seu nome, o nome da sua escola e o nome do **FISCAL** (pessoa que está aplicando a prova) nos campos acima.
- Esta prova contém 6 páginas (incluindo esta página de capa) e 20 problemas. Verifique se existe alguma página ou algum problema faltando e, em caso afirmativo, peça ao **FISCAL** para trocar sua prova.
- Esta prova é individual e sem consulta a qualquer material.
- O uso de aparelhos eletrônicos, como celular, tablet, notebook e calculadora, não são permitidos no decorrer da prova.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Você pode fazer seus cálculos e anotações ao longo deste caderno de questões. Além disso, há uma página de rascunho no verso da prova.
- As respostas finais devem ser marcadas **com cuidado** na Folha de Respostas.
- Só serão consideradas as respostas assinaladas na Folha de Respostas. O que você escrever neste caderno de questões ou em folhas de rascunho não será considerado para fins de avaliação.
- Ao finalizar a prova, entregue ao **FISCAL** a Folha de Respostas, o caderno de questões e as folhas de rascunho que você eventualmente tenha usado.

**BOA PROVA!**



Primeira Fase

12 ou 13 de junho

Duração: 2 horas e 30 minutos

Nível: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Escola: \_\_\_\_\_

Fiscal: \_\_\_\_\_

## FOLHA DE RESPOSTAS

### INSTRUÇÕES

- Escreva o seu nome, o nome da sua escola, o nome do **FISCAL** (pessoa que está aplicando a prova) e o seu nível nos campos acima.
- A prova possui duração de 2 horas 30 minutos e **não haverá** tempo extra para preencher a Folha de Respostas.
- Ao término da prova, entregue ao professor esta Folha de Respostas juntamente com o Caderno de Questões.
- O preenchimento das alternativas pode ser feito com “X” ou pintando todo o quadrado da alternativa escolhida.
- Questões com mais de uma resposta ou com rasura serão anuladas.

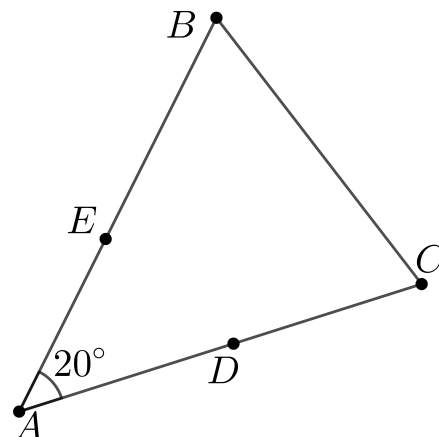
| Questões |   |   |   |   |   | Questões |   |   |   |   |   |
|----------|---|---|---|---|---|----------|---|---|---|---|---|
| 1        | A | B | C | D | E | 11       | A | B | C | D | E |
| 2        | A | B | C | D | E | 12       | A | B | C | D | E |
| 3        | A | B | C | D | E | 13       | A | B | C | D | E |
| 4        | A | B | C | D | E | 14       | A | B | C | D | E |
| 5        | A | B | C | D | E | 15       | A | B | C | D | E |
| 6        | A | B | C | D | E | 16       | A | B | C | D | E |
| 7        | A | B | C | D | E | 17       | A | B | C | D | E |
| 8        | A | B | C | D | E | 18       | A | B | C | D | E |
| 9        | A | B | C | D | E | 19       | A | B | C | D | E |
| 10       | A | B | C | D | E | 20       | A | B | C | D | E |

1. Quantos divisores de  $105^{2026}$  são divisores de  $2000^{2026}$ ?

(A) 4053 (B) 2026 (C) 1013 (D) 2027 (E) 1001

2. Considere o triângulo  $ABC$  na figura ao lado. Sejam os pontos  $D$  e  $E$  nos lados  $AC$  e  $AB$ , respectivamente, de modo que  $ADE$ ,  $DEB$  e  $DBC$  sejam isósceles com bases  $AE$ ,  $DB$  e  $CD$ , respectivamente. Sabendo que  $\widehat{CAB} = 20^\circ$ , qual é o valor de  $\widehat{ACB}$ ?

(A)  $10^\circ$  (B)  $20^\circ$  (C)  $30^\circ$  (D)  $40^\circ$  (E)  $50^\circ$



3. Qual é o algoritmo das unidades da diferença  $4^{2026} - 3^{2026}$ ?

(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9

4. No triângulo  $ABC$  as bissetrizes internas de  $B$  e  $C$  se encontram no ponto  $I$ . Sabendo que  $\widehat{BIC} = 110^\circ$ , assinale a medida do valor do ângulo  $\widehat{A}$ .

(A)  $20^\circ$  (B)  $40^\circ$  (C)  $55^\circ$  (D)  $70^\circ$  (E)  $140^\circ$

5. Considere a função  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ , para  $x \neq 1$ . Assinale a alternativa que corresponde ao valor de  $f(f(f(f(2026))))$ .

(A)  $\frac{1}{2026}$  (B)  $-2026$  (C)  $\frac{2025}{2026}$  (D) 2026 (E)  $\frac{2026}{2025}$

6. Em um pentágono regular os vértices serão numerados usando os números 1, 2, 3, 4, 5, sem usar repetições. Sabendo que vértices consecutivos não podem possuir números consecutivos, de quantas maneiras podemos fazer a numeração?

(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 10 (E) 12

7. Sendo  $m, n$  dois números reais positivos tais que  $m + n = 5$  e  $m \cdot n = 3$ , qual alternativa corresponde ao valor de  $\frac{m}{n} + \frac{n}{m}$ ?

(A)  $\frac{25}{3}$  (B) 6 (C)  $\frac{31}{3}$  (D)  $\frac{13}{3}$  (E)  $\frac{19}{3}$

8. Em um certo ano, em dois meses consecutivos, o dia 13 caiu em uma sexta-feira. Que dia da semana será o dia 31 de outubro do ano em questão?

(A) Quinta-feira (B) Sexta-feira (C) Sábado (D) Domingo (E) Segunda-feira

9. João escolheu dois números aleatórios, não necessariamente distintos, dentre os números do conjunto  $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ , e definiu o polinômio de segundo grau,  $p(x) = x^2 + bx + c$ , de modo que os dois números escolhidos são raízes de  $p$ . Qual é a probabilidade do polinômio definido ser da forma  $p(x) = x^2 + c$ , isto é, que satisfaça  $b = 0$ ?

(A)  $\frac{1}{81}$  (B)  $\frac{1}{45}$  (C)  $\frac{1}{9}$  (D)  $\frac{5}{81}$  (E)  $\frac{8}{81}$

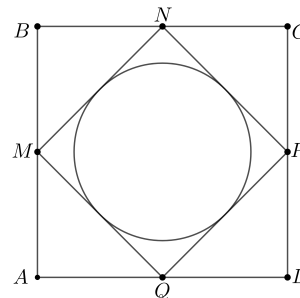
10. Considere a função  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  dada por  $f(x) =$  soma dos dígitos de  $x$ . Por exemplo,  $f(132) = 1 + 3 + 2 = 6$ . Assinale a alternativa que corresponde à quantidade de números  $n$ , com  $1 \leq n \leq 200$ , que satisfazem  $f(f(n)) = 2$

(A) 23 (B) 22 (C) 28 (D) 25 (E) 20

11. O número  $L = \sqrt{15 + \sqrt{15 + \sqrt{15 + \dots}}}$  pode ser visto como o limite da sequência  $(x_n)$  dada por  $x_1 = 15$  e pela relação de recorrência  $x_{n+1} = \sqrt{15 + x_n}$ . Assinale a alternativa que corresponde ao valor de  $L$

(A) 4 (B) 15 (C)  $\frac{1+\sqrt{61}}{2}$  (D)  $\frac{1+\sqrt{59}}{2}$  (E)  $\frac{1+\sqrt{60}}{2}$

12. No desenho ao lado, o quadrado maior  $ABCD$  tem área igual a  $64 \text{ cm}^2$ . Os pontos  $M, N, P$  e  $Q$  são os pontos médios dos lados desse quadrado. Ao ligar esses pontos, forma-se um quadrado menor  $MNPQ$ . No centro, desenha-se um círculo que tangencia internamente todos os lados do quadrado menor  $MNPQ$ . Qual é a área da região que está dentro do quadrado menor  $MNPQ$  mas fora do círculo em  $\text{cm}^2$ ?

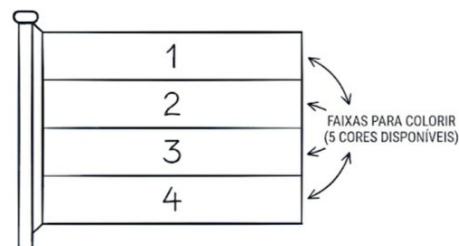


(A)  $32 - 4\pi$  (B)  $32 - 8\pi$  (C)  $16 - 4\pi$  (D)  $16 - 2\pi$  (E)  $32 - 2\pi$

13. Em uma urna temos 5 cartões, cada um deles contendo uma letra da palavra PRISMA (uma letra por cartão). Dessa urna retiram-se sucessivamente e sem reposição 4 cartões, que são colocados na mesa, na ordem em que foram retirados, da esquerda para a direita. Qual é a probabilidade de que as letras remanescentes na urna (as duas que não foram sorteadas) sejam ambas consoantes?

(A)  $\frac{1}{15}$  (B)  $\frac{2}{15}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{4}{15}$  (E)  $\frac{2}{5}$

14. A bandeira de um novo clube esportivo é formada por quatro faixas horizontais consecutivas, como mostra a figura ao lado. Para pintar a bandeira serão usadas 5 cores diferentes de modo que: i) faixas consecutivas não podem ter a mesma cor, e ii) a primeira e a quarta faixa não podem ter a mesma cor. De quantas maneiras diferentes a bandeira pode ser pintada?



(A) 120 (B) 180 (C) 240 (D) 260 (E) 320

15. Um é dito palindrômico se a leitura de seus dígitos na ordem oposta coincide com a leitura usual dos dígitos. Por exemplo, 137731 é palindrômico. Quantos números palindrômicos de 6 dígitos são divisíveis por 4?

(A) 200 (B) 220 (C) 240 (D) 280 (E) 300

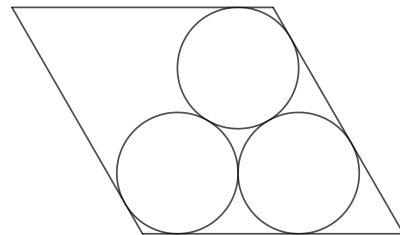
16. Uma urna contém 12 bolas numeradas de 1 até 12. De quantas maneiras podemos retirar simultaneamente 4 bolas da urna de modo que a soma dos números das bolas seja múltiplo de 3?

(A) 132 (B) 149 (C) 164 (D) 165 (E) 495

- 
17. Considere a sequência  $(x_n)$  satisfazendo a relação de recorrência  $x_{n+1} = \frac{x_n}{1+x_n}$ ,  $n \geq 1$ . Sabendo que  $x_{50} = \frac{1}{55}$ , qual é o valor de  $x_1$ ?

(A)  $\frac{1}{6}$    (B)  $\frac{1}{5}$    (C)  $\frac{1}{50}$    (D)  $\frac{1}{105}$    (E)  $\frac{1}{54}$

18. Considere 3 circunferências de mesmo raio  $r$  dentro de um losango, conforme ilustrado na figura. Suponha que as circunferências são tangentes entre si e tangentes à lados do losango. Assinale a alternativa que corresponde à medida do lado do losango



(A)  $6r$    (B)  $4r\sqrt{3}$    (C)  $2r\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$    (D)  $2r\left(1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$    (E)  $r(4 + \sqrt{3})$

19. **[QUESTÃO ANULADA POR NÃO CONTER ALTERNATIVA CORRETA (70)]** Considere  $N$  um número de 5 algarismos dado em sua representação decimal por  $N = x742y$ , com  $x, y$  dígitos. Supondo que  $N$  é um múltiplo de 18, qual é o valor máximo possível para a expressão  $x^2 + y$ ?

~~(A) 25 — (B) 31 — (C) 51 — (D) 81 — (E) 83~~

20. Sejam  $a$  e  $b$  números reais estritamente positivos tais que  $a + b = 1$ . Qual é o menor valor possível para a expressão:

$$E = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{2}{b}\right)^2.$$

(A)  $\frac{25}{2}$    (B) 16   (C)  $\frac{81}{2}$    (D) 41   (E) 81

---

## RASCUNHO