



OPRM 2025
Nível 2 (8º e 9º anos)
Primeira Fase
13 ou 14 de junho
Duração: 2 horas e 30 minutos

Nome: _____

Escola: _____

Fiscal: _____

INSTRUÇÕES

- Escreva o seu nome, o nome da sua escola e o nome do **FISCAL** (pessoa que está aplicando a prova) nos campos acima.
- Esta prova contém 8 páginas (incluindo esta página de capa) e 20 problemas. Verifique se existe alguma página ou algum problema faltando e, em caso afirmativo, peça ao **FISCAL** para trocar sua prova.
- Esta prova é individual e sem consulta a qualquer material.
- O uso de aparelhos eletrônicos, como celular, tablet, notebook e calculadora, não são permitidos no decorrer da prova.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Você pode fazer seus cálculos e anotações ao longo deste caderno de questões. Além disso, há uma página de rascunho no verso da prova.
- As respostas finais devem ser marcadas **com cuidado** na Folha de Respostas.
- Só serão consideradas as respostas assinaladas na Folha de Respostas. O que você escrever neste caderno de questões ou em folhas de rascunho não será considerado para fins de avaliação.
- Ao finalizar a prova, entregue ao **FISCAL** a Folha de Respostas, o caderno de questões e as folhas de rascunho que você eventualmente tenha usado.

BOA PROVA!

1. Em uma aula de ciências, Carolina precisava preparar uma solução para um experimento. Ela colocou $25\,000\text{ cm}^3$ de água em um recipiente e adicionou uma solução salina concentrada até que a água representasse exatamente 80% do volume total da mistura. Quantos litros da solução salina concentrada Carolina adicionou?
(A) 4,5.
(B) 5.
(C) 6.
(D) ► 6,25.
(E) 7.
2. Uma escola pretende formar equipes de 4 alunos para um torneio de lógica. Há 10 alunos inscritos, entre eles Vinicius e Bernardo, que são rivais e não podem participar da mesma equipe. Sendo assim, quantas equipes diferentes de 4 alunos podem ser formadas?
(A) 175.
(B) 180.
(C) ► 182.
(D) 190.
(E) 197.
3. Em um triângulo ABC , um ponto interior D é tal que a distância de D ao lado AB é igual à distância de D ao lado AC . Prolongando o segmento AD , ele intersecta o segmento BC no ponto E . Sabendo que $\angle ABC = 2\angle ACB$ e que $\angle AEC = 92^\circ$, determine o valor de $\angle BAE$.
(A) 80° .
(B) 82° .
(C) ► 84° .
(D) 86° .
(E) 88° .
4. No enigmático Reino de Numéria, cada habitante recebe um amuleto numerado com um número natural entre 1 e 200. Segundo o decreto dos magos, apenas os portadores de amuletos válidos podem atravessar o Portal dos Números. Para garantir a segurança do reino, o mago-chefe estabeleceu a seguinte regra: serão bloqueados todos os amuletos cujos números forem múltiplos de pelo menos dois primos distintos menores que 20. Considerando essa regra, qual dos números abaixo permanece desbloqueado e possui soma dos algarismos maior que 10?
(A) 71.
(B) 85.
(C) 133.
(D) 187.
(E) ► 199.

5. Em sua jornada pela Terra-Média, o jovem elfo Elenion precisa atravessar a Floresta de Lothlórien. Ao fim de uma trilha, ele encontra duas passagens ocultas por névoa: uma leva à segurança de Valfenda; a outra, a uma armadilha dos orcs.

Na clareira entre as duas passagens, três figuras o aguardam: Galdor, um guardião cinzento; Lindoriel, uma elfa misteriosa; e Baragorn, um viajante do sul. Um deles é leal a Galadriel, a poderosa senhora élfica que protege Lothlórien com sua sabedoria e magia. Todos os que são leais a ela sempre dizem a verdade. Os outros dois, porém, estão enfeitados por Saruman, o Mago Branco que se aliou às trevas. Suas palavras nunca são verdadeiras, mesmo que soem convincentes.

Ao perguntar qual caminho é seguro, Elenion ouviu as seguintes respostas:

- Galdor: “Se Lindoriel estiver sob feitiço, então a trilha da esquerda é segura.”
- Lindoriel: “Baragorn e eu não somos leais à mesma pessoa.”
- Baragorn: “A trilha da direita é uma armadilha, e eu sou leal a Galadriel.”

Sabendo que apenas um deles diz a verdade, qual caminho Elenion deve seguir?

(A) ► A trilha da esquerda leva a Valfenda.

(B) A trilha da direita leva a Valfenda.

(C) Ambas as trilhas são armadilhas.

(D) Ambas as trilhas são seguras.

(E) Nenhuma das alternativas.

6. Seja ABC um triângulo com área total igual a 36. Os pontos D e E são os pontos médios dos lados AB e AC , respectivamente. Os segmentos DF e EG , perpendiculares ao lado BC , intersectam BC nos pontos F e G , formando o quadrilátero $DEGF$. Sabendo que a área do triângulo CGE é 5, determine a área do triângulo BDF .

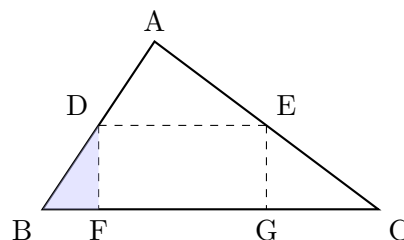
(A) 3.

(B) ► 4.

(C) 5.

(D) 6.

(E) 9.



7. Sejam x, y e z números reais distintos. Considere a expressão:

$$F = x(y - z) + y(z - x) + z(x - y).$$

Qual das alternativas abaixo é correta?

(A) F é diferente de zero para quaisquer x, y e z distintos.

(B) $F = (x - y)(y - z)(z - x)$.

(C) ► $F = 0$ para quaisquer valores reais x, y e z .

(D) $F = x^2 + y^2 + z^2$.

(E) F depende apenas da ordem entre x, y e z .

8. Durante um festival de tecnologia, os participantes devem criar uma senha personalizada em um terminal interativo. Cada senha deve conter exatamente quatro caracteres e obedecer rigorosamente à seguinte ordem:

- Um símbolo especial (#, @, \$, %, &, * ou +);
- Uma letra maiúscula (A a Z);
- Dois algarismos.

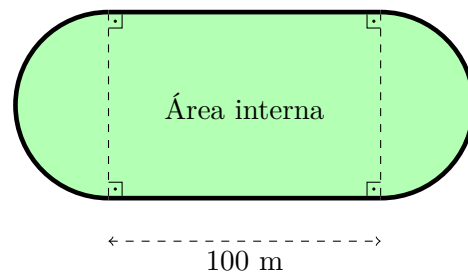
Exemplo de senha válida: @F23 ou \$K87.

Sabendo que cada participante escolheu uma senha livremente e que não houve nenhuma restrição do sistema, qual é o menor número de participantes necessário para garantir que pelo menos dois criaram exatamente a mesma senha?

- (A) 16 380.
 (B) 16 381.
 (C) 18 200.
(D) ► 18 201.
 (E) 19 721.

9. Será construída uma nova pista de atletismo de 400 metros em uma cidade. Essa pista é composta por duas retas paralelas de 100 metros cada e duas curvas em formato de semicírculos de mesmo raio. Qual é a área de grama necessária para preencher a região interior delimitada pela pista?

- (A) $\frac{20000}{\pi} \text{ m}^2$
 (B) $\frac{10000}{\pi} \text{ m}^2$
(C) ► $\frac{30000}{\pi} \text{ m}^2$
 (D) 30000 m^2
 (E) $\frac{15000}{\pi} \text{ m}^2$



10. Sejam p e q números primos tais que $p + q = 40$. Considerando os pares distintos (p, q) , com $p \leq q$, quantos satisfazem a condição de que $(p \cdot q) + 6$ seja múltiplo de 5?

- (A) ► 1.**
 (B) 3.
 (C) 4.
 (D) 5.
 (E) 7.

11. Na cidade da Matemática, em toda primavera, os moradores pintam as janelas de suas casas usando combinações de cores em painéis. Cada janela possui exatamente 3 painéis dispostos lado a lado (esquerda, centro e direita), e cada painel pode ser pintado com uma das 5 cores disponíveis: vermelho, azul, verde, amarelo ou branco.

A única regra da tradição é que nenhuma janela pode ter os três painéis pintados da mesma cor (por exemplo, vermelho-vermelho-vermelho não é permitido).

Quantas maneiras diferentes existem de pintar uma janela seguindo essa tradição?

- (A) 100.
- (B) ► 120.**
- (C) 124.
- (D) 125.
- (E) 150.

12. Seis canteiros estão alinhados em fila em um jardim e serão preenchidos com mudas numeradas de 1 a 9, sem repetições. Uma muda será colocada em cada canteiro. A única exigência é que o canteiro da 3ª posição (da esquerda para a direita) receba uma muda cujo número seja múltiplo de 3. Sendo assim, quantas diferentes sequências de plantio satisfazem essa condição?

- (A) 8 640.
- (B) 14 400.
- (C) 17 280.
- (D) ► 20 160.**
- (E) 21 600.

13. Em um centro de pesquisas, um supercomputador começa a funcionar à meia-noite com 1 unidade de energia. A cada minuto, ele dobra a quantidade de energia que possui. Qual é a quantidade total de energia acumulada pelo computador após 2025 minutos?

- (A) 2^{2025} .
- (B) $2^{2025} + 1$.
- (C) ► $2^{2025} - 1$.**
- (D) $2025 \cdot 2^{2024}$.
- (E) $2^{2024} + 2025$.

14. Considere um triângulo ABC cujos lados possuem medidas expressas por números naturais. Sabendo que o lado AB mede 5 unidades e que a soma das medidas dos lados AC e BC é igual a 10, a quantidade de triângulos não congruentes entre si que podem ser formados com essas condições é igual a:

- (A) 2.
- (B) ► 3.**
- (C) 5.
- (D) 6.
- (E) 9.

15. Em uma turma de robótica, cada aluno tem um crachá com um número de identificação formado por 4 dígitos binários (0 ou 1). Esse número pode variar de 0000 até 1111, que correspondem a números entre 0 e 15 no sistema numérico que usamos no dia a dia (base decimal).

Para a cerimônia de formatura, o professor decidiu que os alunos cujo número de identificação representa um número par, na base decimal, devem formar uma fila para receber o diploma por primeiro.

Sabendo que não pode haver dois alunos com o mesmo número de identificação, e que todos os alunos com números pares participam da cerimônia, quantas maneiras diferentes existem de organizar a fila dos alunos formandos?

- (A) 10 080.
(B) 20 160.
(C) 30 240.
(D) 36 000.
(E) ► 40 320.

16. Considere a equação do segundo grau dada por

$$x^2 - (p + r)x + (pr - 4) = 0,$$

em que p e r são números inteiros. Sabendo que essa equação possui duas raízes inteiras distintas e opostas entre si, quantos são os possíveis valores de $|p - r|$?

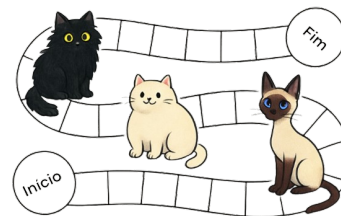
- (A) ► 1.
(B) 2.
(C) 3.
(D) 4.
(E) 5.

17. Tauriel, Mingau e Bino são três gatos muito inteligentes que adoram brincar com números. Em um certo jogo, há um tabuleiro com casas numeradas de 1 a 100, e os gatos avançam conforme regras matemáticas bem definidas:

- Tauriel só pode parar em casas divisíveis por 4;
- Mingau só pode parar em casas que deixam resto 1 quando divididas por 3;
- Bino só pode parar em casas que deixam resto 2 quando divididas por 5.

Em certo momento, os três gatos conseguem parar juntos em uma mesma casa do tabuleiro. Sendo x o número da menor casa em que o encontro acontece, determine o valor de $x + 7$.

- (A) 36.
(B) 43.
(C) 52.
(D) ► 59.
(E) 64.



18. Em um depósito, há três caixas idênticas com bolas coloridas: uma contém apenas bolas vermelhas, outra contém apenas bolas azuis, e a terceira contém bolas vermelhas e azuis misturadas. Cada caixa está etiquetada com um dos seguintes nomes: “VERMELHAS”, “AZUIS” e “VERMELHAS E AZUIS”.

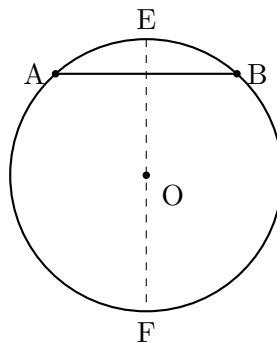
Sabendo que todas as etiquetas estão erradas e que só é possível retirar duas bolas, uma de cada uma de duas caixas diferentes (ou seja, uma bola de cada uma de duas caixas distintas), como devemos proceder para descobrir o conteúdo correto de cada caixa?

- (A) Retirar uma bola da caixa etiquetada “VERMELHAS”, e outra da “AZUIS”.
- (B) ► Retirar uma bola da caixa etiquetada “VERMELHAS”, e outra da “VERMELHAS E AZUIS”.**
- (C) Retirar uma bola da caixa etiquetada “AZUIS”, e outra da “VERMELHAS”.
- (D) Retirar duas bolas da mesma caixa, a “VERMELHAS E AZUIS”.
- (E) Não é possível descobrir com apenas duas bolas.
19. Cinco números inteiros positivos $a < b < c < d < e$ satisfazem as seguintes condições:
- O máximo divisor comum (mdc) entre quaisquer dois deles é maior que 1;
 - $\text{mdc}(a, b, c, d, e) = 1$;
 - Nenhum dos números é múltiplo de outro.

Qual é o menor valor possível para e ?

- (A) 60.
- (B) 72.
- (C) 84.
- (D) 90.
- (E) ► 105.**
20. Seja uma circunferência de centro O , e dois pontos A e B sobre ela, sendo que O não está sobre o segmento AB , como mostrado na imagem a seguir. A mediatriz de AB intersecta a circunferência em dois pontos, E e F . Determine a razão entre as áreas dos quadriláteros $AEBO$ e $AEBF$.

- (A) $\frac{1}{3}$.
- (B) ► $\frac{1}{2}$.**
- (C) 1.
- (D) 2.
- (E) $\frac{3}{2}$.



RASCUNHO