



OPRM 2016

Nível 1

Segunda Fase

24/09/16

Duração: 4 Horas e 30 minutos

Nome: \_\_\_\_\_

Escola: \_\_\_\_\_

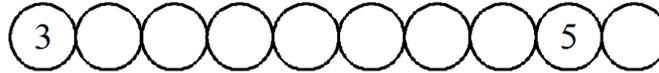
Aplicador(a): \_\_\_\_\_

### INSTRUÇÕES

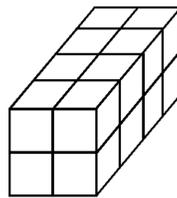
- Escreva seu nome, o nome da sua escola e nome do **APLICADOR(A)** nos campos acima.
- Esta prova contém 7 páginas (incluindo esta página de capa) e 30 problemas. Verifique se existe alguma página ou exercício faltando e, em caso afirmativo peça ao **APLICADOR(A)** para trocar sua prova.
- Esta prova é individual e sem consulta à qualquer material.
- O uso de aparelhos eletrônicos, como celular, tablet, notebook e calculadora, não são permitidos no decorrer da prova.
- A duração da prova é de 4 horas e 30 minutos. Após esse tempo você terá 10 minutos extras para o preenchimento do gabarito oficial.
- Após o término do preenchimento, entregue ao **APLICADOR(A)** o gabarito oficial com as respostas.
- Esta prova não precisa ser entregue ao **APLICADOR(A)**.

**BOA PROVA!**

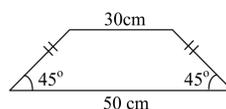
1. Escrevendo um número em cada círculo da fila abaixo, de modo que a soma de três números quaisquer vizinhos (consecutivos) seja  $-6$ , qual deve ser o último que deve estar escrito no último círculo à direita?



- (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 4 (E) 7
2. Dezesesseis cubos de 1cm de lado são colocados juntos, formando o paralelepípedo representado abaixo. A superfície do mesmo foi pintada de verde e, em seguida, os cubos foram separados. O número de cubos com exatamente duas faces verdes é:

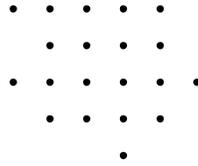


- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10
3. O alfabeto usado no planeta **Beta3** tem somente três letras:  $B$ ,  $b$ ,  $\beta$ . O sobrenome dos seus habitantes é uma sequência formada por 6 letras sendo que a primeira não pode ser  $b$ . Por exemplo,  $B\beta\beta Bbb$ ,  $\beta\beta\beta BBb$  são possíveis sobrenomes utilizados nesse planeta. A sequência  $b\beta B\beta bb$  não é um sobrenome permitido neste planeta. O maior número de sobrenomes diferentes que podem ser dados no planeta **Beta3** é:
- (A) 66 (B) 972 (C) 486 (D) 162 (E) 54
4. O professor Euclides foi dar uma palestra em um auditório com capacidade para 140 pessoas sentadas. No término da sua apresentação observou quantos lugares estavam vazios e fez uma aposta com os participantes que pelo menos cinco participantes da palestra fariam aniversário no mesmo dia do mês. Qual é o número máximo de lugares vazios no auditório para garantir que Euclides ganhe a aposta?
- (A) 15 (B) 17 (C) 20 (D) 21 (E) 25
5. Juntando quatro trapézios iguais de bases  $30\text{cm}$  e  $50\text{cm}$ , como o da figura abaixo, podemos formar um quadrado de área  $2500\text{cm}^2$ , com um “buraco” quadrado no meio. Qual é a área de cada trapézio, em  $\text{cm}^2$ ?

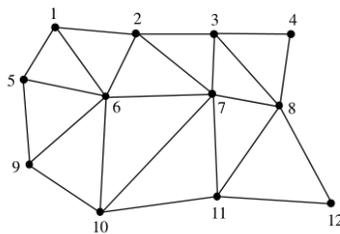


- (A) 200 (B) 250 (C) 300 (D) 350 (E) 400

6. Na figura abaixo a distância de dois pontos consecutivos na vertical é de  $1\text{cm}$ . A distância de dois pontos consecutivos na horizontal é também  $1\text{cm}$ . Quantos quadrados que possuem vértices nos pontos abaixo são possíveis de construir?

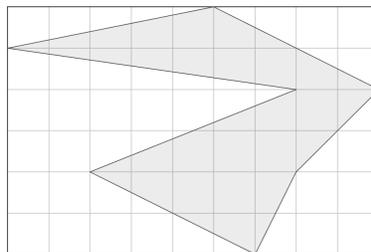


- (A) 13   (B) 20   (C) 22   (D) 25   (E) 28
7. Três amigas residem em um mesmo edifício. Uma é professora, uma é bombeira e a outra é médica. Os nomes dessas amigas são: Ana (A), Bruna (B) e Carol (C). A professora é filha única e é a mais nova das três amigas. Carol é mais velha que a bombeira e é casada com o irmão de Ana. Os nomes da professora, da bombeira e da médica são respectivamente:
- (A) Ana, Bruna, Carol  
 (B) Carol, Ana, Bruna  
 (C) Bruna, Ana, Carol  
 (D) Bruna, Carol, Ana  
 (E) Ana, Carol, Bruna
8. No mapa abaixo temos doze casas representadas por pontos e vinte e três ruas representadas pelos segmentos. Um certo vendedor mora na casa 12 abaixo e quer visitar todas as casas e retornar à sua residência percorrendo o menor número possível de ruas. Se ele fizer tal trajeto qual será o número de ruas que deixará de percorrer?



- (A) 15   (B) 10   (C) 13   (D) 12   (E) 11
9. Uma escola precisa comprar mesas e cadeiras novas para seu refeitório, cada mesa com 4 cadeiras, que serão distribuídas nos 3 setores do refeitório. Em cada setor do refeitório cabem 8 fileiras de mesas e, em cada fileira, cabem 14 mesas. Quantas mesas e cadeiras deverão ser compradas?
- (A) 112 mesas e 448 cadeiras  
 (B) 112 mesas e 1344 cadeiras  
 (C) 336 mesas e 448 cadeiras  
 (D) 336 mesas e 896 cadeiras  
 (E) 336 mesas e 1344 cadeiras

10. Uma melancia tem cerca de 80% de água e 20% de matéria sólida. Um produtor coloca 10 melancias para desidratar até o ponto em que a água represente 60% da massa total. Sabendo que cada melancia tem aproximadamente 2 quilogramas, quantos litros de água serão evaporados aproximadamente? (lembre-se: 1 litro de água tem massa de 1 quilograma).
- (A) 16 litros (B) 12 litros (C) 10 litros (D) 4 litros (E) 2 litros
11. João com seu carro de corrida consegue dar 20 voltas na pista em 4 minutos e Joaquim o faz em 5 minutos. Se ambos precisarem correr juntos 900 voltas no total e começarem juntos no mesmo local e instante, quantas voltas o mais lento deverá percorrer de modo que ambos terminem juntos?
- (A) 225 (B) 500 (C) 400 (D) 450 (E) 180
12. Um jogo consiste em partir da casa 1 à casa 36 numa trilha com casas numeradas de 1 a 36. Os dois jogadores começam na casa 1 e o avanço de casas depende do lançamento de dois dados cúbicos comuns da seguinte forma:
- Se a soma dos pontos for par, o jogador avança 3 casas.
  - Se a soma dos pontos for ímpar, o jogador avança 1 casa.
  - Se o jogador ultrapassar a última casa, retorna à casa 1.
  - A ordem com que os jogadores iniciam suas jogadas é definida por alguma forma de sorteio.
- Ganha quem parar primeiro exatamente na casa 36. O menor número de jogadas que alguém pode fazer e ganhar é
- (A) 37 (B) 13 (C) 12 (D) 14 (E) 17
13. Pedro e Maria formam um estranho casal. Pedro mente às quartas, quintas e sextas-feiras, dizendo a verdade no resto da semana. Maria sempre mente aos domingos, segundas e terças-feiras, dizendo a verdade no resto da semana. Certo dia, ambos dizem: “Amanhã é dia de mentir”. O dia em que foi feita essa afirmação era:
- (A) Segunda-feira  
(B) Terça-feira  
(C) Sexta-feira  
(D) Sábado  
(E) Domingo
14. Na figura abaixo, cada quadradinho tem área de  $1\text{cm}^2$ . Qual é a área da região cinza?

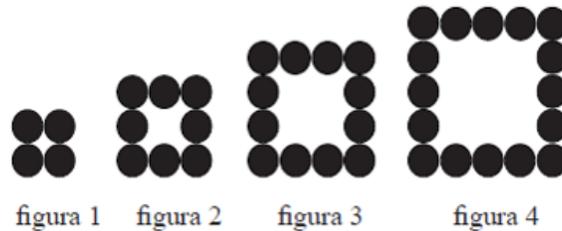


- (A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 21,5 (E) 22

15. Miguel começou um programa de treinamento de natação no qual os dias de nado na piscina são separados por três dias de descanso. Se o primeiro dia de nado na piscina foi em uma quinta-feira em qual dia da semana cairá o cinqüentésimo segundo nado?

- (A) Quarta-feira (B) Quinta-feira (C) Sexta-feira (D) Sábado (E) Domingo

16. Observe a sequência de figuras representadas abaixo:



Quantos pontos a terá a 2016ª figura?

- (A) 2.013 (B) 4.026 (C) 8.064 (D) 16.154 (E) 32.308

17. Na multiplicação a seguir, as letras representam algarismos diferentes

$$\begin{array}{r} A \quad B \quad 4 \\ \times \quad \quad B \\ \hline 7 \quad C \quad 2 \end{array}$$

Então o valor de C é igual a:

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 8

18. Quando  $10^{95} - 95$  é desenvolvido, a soma de seus algarismos é igual a:

(Dica  $10^{95} = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{95 \text{ fatores}}$ )

- (A) 18 (B) 93 (C) 827 (D) 833 (E) 842

19. Alice inventa uma regra para escrever números e resulta na seguinte lista

11, 14, 19, 22, 27, 30, 35, ...

Qual dos números seguintes está na lista de Alice?

- (A) 68 (B) 76 (C) 81 (D) 70 (E) 79

20. Sabe-se que a temperatura na região de Curitiba desce  $0,65^\circ C$  para cada 100 metros que nos elevamos sobre a superfície terrestre. Sabe-se ainda que a temperatura sobe  $0,5^\circ C$  por hora de manhã até o meio-dia; a partir daí, começa a cair  $0,4^\circ C$  por hora até o anoitecer. Um grupo de alunos resolveu fazer a famosa caminhada do Itupava que liga Quatro-Barras à Morretes. A caminhada começa às 6:00 da manhã em Quatro Barras, a 1.200m acima do nível do mar e terminará às 16:00 em Morretes, 200m acima do nível do mar. Um dos alunos notou que no início da caminhada a temperatura estava em  $8^\circ C$ . Então resolveu calcular a temperatura no fim da caminhada e chegou a:

- (A)  $18,5^\circ C$  (B)  $17,8^\circ C$  (C)  $10,8^\circ C$  (D)  $13,4^\circ C$  (E)  $15,9^\circ C$

21. Quantos números de 3 algarismos têm a soma dos seus algarismos igual a 6?  
 (A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 21 (E) 22
22. No meu carro, uma marca particular de pneu dura 40.000 quilômetros se utilizado na frente ou 60.000 quilômetros se utilizado atrás. Intercambiando os pneus traseiros e dianteiros, a maior distância que posso andar a partir de um conjunto de quatro pneus novos é:  
 (A) 52.000 (B) 50.000 (C) 48.000 (D) 40.000 (E) 44.000
23. João diz: “Antes de ontem eu tinha 10 anos e ano que vem eu farei 13”. Podemos então concluir que:  
 (A) João faz 11 anos este ano  
 (B) João faz aniversário em 31 de Dezembro  
 (C) João nasceu num ano bissexto  
 (D) O dia em que João falou esta frase foi 29 de Fevereiro  
 (E) João vai estar no 7º ano este ano
24. No último campeonato de futebol da escola do Marcelo participaram 6 equipes. Cada equipe disputou com cada uma das outras exatamente uma partida. Abaixo, a tabela de classificação do campeonato, onde:
- **V** é o número de vitórias de uma equipe
  - **E** é o número de empates
  - **D** é o número de derrotas
  - **GP** é o número de gols feitos por um time
  - **GC** é o número de gols sofridos

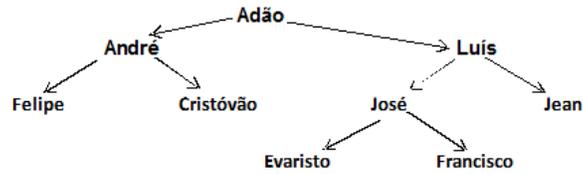
Equipe	V	E	D	GP	GC
A	4	1	0	6	2
B	2	1	2	6	6
C	0	3	2	2	6
D	1	1	y	3	6
E	0	1	4	1	5
F	x	1	0	z	3

Quantas partidas foram disputadas?

- (A) 25 (B) 20 (C) 30 (D) 15 (E) 18
25. Com base nos mesmos dados do exercício 24) anterior, quanto vale  $x + y + z$  da tabela?  
 (A) 21 (B) 19 (C) 17 (D) 15 (E) 13
26. Para paginar um livro no sistema de base 5, um aluno usou no total 146 algarismos. Quantas são as páginas desse livro?  
 (A) 54 (B) 73 (C) 58 (D) 72 (E) 60
27. Uma casa pega fogo. Um bombeiro se mantém no degrau do meio de uma escada jogando água sobre o incêndio. As chamas diminuem e ele sobe 5 degraus. O vento sopra e o bombeiro desce 7 degraus. Um pouco depois ele sobe 8 degraus e fica lá até que o incêndio acabe. Em seguida, ele sobe os últimos 7 degraus e entra na casa. Quantos degraus tem a escada do bombeiro?  
 (A) 25 (B) 26 (C) 27 (D) 28 (E) 29

28. Existem números entre 0 e 99 que têm quantidade ímpar de divisores. Quantos são eles?  
(A) 6 (B) 4 (C) 2 (D) 0 (E) 9

29. A figura mostra a árvore genealógica de uma família. Cada flecha vai do pai em direção ao seu filho. Quem é o irmão do pai do irmão do pai de Evaristo?



(A) Francisco (B) José (C) André (D) Felipe (E) Simão

30. Qual o valor do resto da divisão de  $2^{100}$  por 7?  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 6